Cinématique des fluides

L. Menguy, PSI*, Lycée Montesquieu, Le Mans

février 2011

Plan du cours - Cinématique des fluides

Plan du cours - Cinématique des fluides

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Description lagrangienne

On suit le cheminement d'une particule de fluide (comme on le faisait en mécanique du point en math sup)

Exemple

On regarde une brindille emportée par le courant dans une rivière

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Description lagrangienne

On suit le cheminement d'une particule de fluide (comme on le faisait en mécanique du point en math sup)

Exemple

On regarde une brindille emportée par le courant dans une rivière

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Description eulérienne

Pour observer un écoulement, on se place à un endroit donné, et on observe l'eau s'écouler (en un point fixe ! !)

Exemple

On regarde dans une rivière, derrière une pile de pont, les tourbillons qui se forment et se déforment

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Description eulérienne

Pour observer un écoulement, on se place à un endroit donné, et on observe l'eau s'écouler (en un point fixe ! !)

Exemple

On regarde dans une rivière, derrière une pile de pont, les tourbillons qui se forment et se déforment

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Comparaison des approches lagrangienne et eulérienne

Approche lagrangienne

- Approche habituelle en mécanique du point (math sup), donc PFD applicable à une particule de fluide
- Peu compatible avec les conditions aux limites (à des endroits fixés)

Approche eulérienne

- Plus approprié à la mécanique des fluides car il y a des conditions aux limites
- Il faut donc adapter la mise en équation (voir partie dérivée particulaire)

Champ de vitesse : descriptions lagrangienne et eulérienne

Comparaison des approches lagrangienne et eulérienne

Approche lagrangienne

- Approche habituelle en mécanique du point (math sup), donc PFD applicable à une particule de fluide
- Peu compatible avec les conditions aux limites (à des endroits fixés)

Approche eulérienne

- Plus approprié à la mécanique des fluides car il y a des conditions aux limites
- Il faut donc adapter la mise en équation (voir partie dérivée particulaire)

Plan du cours - Cinématique des fluides

Notions de trajectoire et de ligne de courant

Approche lagrangienne : la trajectoire

- On suit une brindille en traçant son trajet
- On photographie avec un temps de pause long le trajet des phares de voiture -> Voir

Approche eulérienne : la ligne de courant

- On photographie instantanément l'écoulement à t donné : la ligne de courant est tangente aux vecteurs vitesse -> Voir p5
- Exemple : carte des vents -> Voir

En régime stationnaire, trajectoires et lignes de courant sont confondues

Notions de trajectoire et de ligne de courant

Approche lagrangienne : la trajectoire

- On suit une brindille en traçant son trajet
- On photographie avec un temps de pause long le trajet des phares de voiture -> Voir

Approche eulérienne : la ligne de courant

- On photographie instantanément l'écoulement à t donné : la ligne de courant est tangente aux vecteurs vitesse -> Voir p5
- Exemple : carte des vents -> Voir

En régime stationnaire, trajectoires et lignes de courant sont confondues

Plan du cours - Cinématique des fluides

Dérivée particulaire : notations

Notations

Il faut bien distinguer :

- $\dfrac{D\overrightarrow{v}}{Dt}$ utilisée en approche lagrangienne, en suivant la particule (dans le PFD en mécanique du point)
- $\dfrac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$ en approche eulérienne (on reste en un point fixe et on compare les vitesses des particules successives en ce point)

! ! !

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} \neq \frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$$

Dérivée particulaire : notations

Notations

Il faut bien distinguer :

- $\dfrac{D\overrightarrow{v}}{Dt}$ utilisée en approche lagrangienne, en suivant la particule (dans le PFD en mécanique du point)
- $\dfrac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$ en approche eulérienne (on reste en un point fixe et on compare les vitesses des particules successives en ce point)

! ! !

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} \neq \frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$$

Dérivée particulaire : notations

Notations

Il faut bien distinguer :

- $\dfrac{D\overrightarrow{v}}{Dt}$ utilisée en approche lagrangienne, en suivant la particule (dans le PFD en mécanique du point)
- $\dfrac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$ en approche eulérienne (on reste en un point fixe et on compare les vitesses des particules successives en ce point)

! ! !

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} \neq \frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t}$$

Dérivée particulaire : notations

Exemple

Observation du trafic routier

- Accélération d'un voiture que l'on suit
- Différence de vitesse entre deux voitures successives passant au même endroit

Le problème est le même pour la dérivée particulaire d'un champ de masse volumique :

$$\frac{D\mu}{Dt} \neq \frac{\partial \mu}{\partial t}$$

La partie suivante a donc pour but de relier $\dfrac{D\mu}{Dt}$ et $\dfrac{\partial \mu}{\partial t}$

Dérivée particulaire : notations

Exemple

Observation du trafic routier

- Accélération d'un voiture que l'on suit
- Différence de vitesse entre deux voitures successives passant au même endroit

Le problème est le même pour la dérivée particulaire d'un champ de masse volumique :

$$\frac{D\mu}{Dt} \neq \frac{\partial \mu}{\partial t}$$

La partie suivante a donc pour but de relier $\dfrac{D\mu}{Dt}$ et $\dfrac{\partial \mu}{\partial t}$

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

Définition : la masse volumique

La masse volumique d'une particule de taille mésoscopique dV est :

$$\mu = \frac{\delta m}{dV}$$

On dit qu'un fluide est incompressible si $\mu =$ constante
En première approximation, c'est le cas pour :

- les liquides (comme l'eau)
- les gaz pour des vitesses d'écoulement $v \ll c_{son}$ (comme l'air)

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

Définition : la masse volumique

La masse volumique d'une particule de taille mésoscopique dV est :

$$\mu = \frac{\delta m}{dV}$$

On dit qu'un fluide est incompressible si $\mu =$ constante

En première approximation, c'est le cas pour :

- les liquides (comme l'eau)
- les gaz pour des vitesses d'écoulement $v \ll c_{son}$ (comme l'air)

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

Définition : la masse volumique

La masse volumique d'une particule de taille mésoscopique dV est :

$$\mu = \frac{\delta m}{dV}$$

On dit qu'un fluide est incompressible si $\mu =$ constante
En première approximation, c'est le cas pour :

- les liquides (comme l'eau)
- les gaz pour des vitesses d'écoulement $v \ll c_{son}$ (comme l'air)

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

- Démonstration faite au tableau

Relation de dérivation particulaire

$$\frac{D\mu}{Dt} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + (\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\mu$$

- Interprétation

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

- Démonstration faite au tableau

Relation de dérivation particulaire

$$\frac{D\mu}{Dt} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + (\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\mu$$

- Interprétation

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

- Démonstration faite au tableau

Relation de dérivation particulaire

$$\frac{D\mu}{Dt} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + (\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\mu$$

Dérivée locale

- Interprétation

Dérivée particulaire d'un champ de masse volumique

- Démonstration faite au tableau

Relation de dérivation particulaire

$$\frac{D\mu}{Dt} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + (\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\mu$$

Dérivée locale   Dérivée convective

- Interprétation

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

- Même raisonnement à appliquer sur $\overrightarrow{v}$ au lieu de μ

Définition de l'accélération

L'accélération d'une particule de fluide est par définition :

$$\overrightarrow{a}(M,t) = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t)$$

Dérivée particulaire du champ de vitesse

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + (\overrightarrow{v}\,.\,\overrightarrow{\mathrm{grad}})\overrightarrow{v}$$

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

- Même raisonnement à appliquer sur $\overrightarrow{v}$ au lieu de μ

Définition de l'accélération

L'accélération d'une particule de fluide est par définition :

$$\overrightarrow{a}(M,t) = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t)$$

Dérivée particulaire du champ de vitesse

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + (\overrightarrow{v}\,.\,\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{v}$$

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

- Même raisonnement à appliquer sur $\overrightarrow{v}$ au lieu de μ

Définition de l'accélération

L'accélération d'une particule de fluide est par définition :

$$\overrightarrow{a}(M,t) = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t)$$

Dérivée particulaire du champ de vitesse

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + (\overrightarrow{v}\,.\,\overrightarrow{\mathrm{grad}})\overrightarrow{v}$$

Accélération locale
(caractère non permanent)

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

- Même raisonnement à appliquer sur $\overrightarrow{v}$ au lieu de μ

Définition de l'accélération

L'accélération d'une particule de fluide est par définition :

$$\overrightarrow{a}(M,t) = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t)$$

Dérivée particulaire du champ de vitesse

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + (\overrightarrow{v}\,.\,\overrightarrow{\mathrm{grad}})\overrightarrow{v}$$

Accélération locale (caractère non permanent)

Accélération convective (caractère non uniforme)

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

Autre écriture possible

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{v}$$

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

Autre écriture possible

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{v}$$

Accélération locale
(caractère non permanent)

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

Autre écriture possible

$$\frac{D\vec{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}(M,t) + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{v} \wedge \vec{v}$$

Accélération locale
(caractère non permanent)

Accélération convective
(caractère non uniforme)

Dérivée particulaire d'un champ de vitesse

Autre écriture possible

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}(M,t) + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{v}$$

Accélération locale (caractère non permanent)

Accélération convective (caractère non uniforme)

- Interprétation des deux termes de l'accélération convective : variation de la norme de v et changement de direction
- On introduit le vecteur rotation qui est par définition :

$$\overrightarrow{\Omega} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v}$$

Plan du cours - Cinématique des fluides

Plan du cours - Cinématique des fluides

Le débit volumique

Définition du débit volumique

On appelle débit volumique D_V à travers une surface (S) orientée, le volume qui traverse (S) par unité de temps (compté + si du même sens que $\overrightarrow{dS}$, - sinon)

Expression du débit volumique à travers une surface (S)

$$D_V = \iint_S \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS}$$

Le débit volumique

Définition du débit volumique

On appelle débit volumique D_V à travers une surface (S) orientée, le volume qui traverse (S) par unité de temps (compté + si du même sens que $\overrightarrow{dS}$, - sinon)

Expression du débit volumique à travers une surface (S)

$$D_V = \iint_S \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS}$$

Le débit massique

Définition du débit massique

On appelle débit massique D_m à travers une surface (S) orientée, la masse de fluide qui traverse (S) par unité de temps (compté $+$ si du même sens que $\overrightarrow{dS}$, - sinon)

Expression du débit massique à travers une surface (S)

$$D_m = \iint_S \mu \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS}$$

Le débit massique

Définition du débit massique

On appelle débit massique D_m à travers une surface (S) orientée, la masse de fluide qui traverse (S) par unité de temps (compté + si du même sens que $\overrightarrow{dS}$, - sinon)

Expression du débit massique à travers une surface (S)

$$D_m = \iint_S \mu \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS}$$

Vecteur densité de courant (ou densité de flux de masse)

Définition du vecteur densité de courant

Le vecteur densité de courant de masse est par définition :

$$\overrightarrow{j} = \mu \overrightarrow{v}$$

Conséquence

On peut alors écrire :

$$D_m = \iint_S \overrightarrow{j} . \overrightarrow{dS}$$

- Parallèle avec la charge en électricité

Vecteur densité de courant (ou densité de flux de masse)

Définition du vecteur densité de courant

Le vecteur densité de courant de masse est par définition :

$$\overrightarrow{j} = \mu \overrightarrow{v}$$

Conséquence

On peut alors écrire :

$$D_m = \iint_S \overrightarrow{j} . \overrightarrow{dS}$$

- Parallèle avec la charge en électricité

Vecteur densité de courant (ou densité de flux de masse)

Définition du vecteur densité de courant

Le vecteur densité de courant de masse est par définition :

$$\overrightarrow{j} = \mu \overrightarrow{v}$$

Conséquence

On peut alors écrire :

$$D_m = \iint_S \overrightarrow{j} . \overrightarrow{dS}$$

- Parallèle avec la charge en électricité

Plan du cours - Cinématique des fluides

Bilan de masse

Soit un volume V (FIXE dans l'espace) entouré par une surface S fermée

Variation de la masse dans le volume V par unité de temps = Masse entrante par unité de temps − Masse sortante par unité de temps

$$\frac{\partial m}{\partial t} = D_m$$

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\iiint_V \mu \, dV\right) = -\oiint_S \vec{j}.\vec{dS} \quad (2)$$

- On applique le théorème de Schwarz à (1)
- On applique le théorème de Green-Ostrogradski à (2)

Bilan de masse

Soit un volume V (FIXE dans l'espace) entouré par une surface S fermée

Variation de la masse dans le volume V par unité de temps	=	Masse entrante par unité de temps	−	Masse sortante par unité de temps
$\frac{\partial m}{\partial t}$	=	D_m		

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\iiint_V \mu \, dV\right) = -\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} \quad (2)$$

- On applique le théorème de Schwarz à (1)
- On applique le théorème de Green-Ostrogradski à (2)

Bilan de masse

Soit un volume V (FIXE dans l'espace) entouré par une surface S fermée

Variation de la masse dans le volume V par unité de temps	=	Masse entrante par unité de temps	−	Masse sortante par unité de temps
$\frac{\partial m}{\partial t}$	=	D_m		

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\iiint_V \mu \, dV\right) = -\oiint_S \vec{j}.\vec{dS} \quad (2)$$

- On applique le théorème de Schwarz à (1)
- On applique le théorème de Green-Ostrogradski à (2)

Bilan de masse

Soit un volume V (FIXE dans l'espace) entouré par une surface S fermée

Variation de la masse dans le volume V par unité de temps	=	Masse entrante par unité de temps	−	Masse sortante par unité de temps
$\frac{\partial m}{\partial t}$	=	D_m		

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\iiint_V \mu \, dV\right) = -\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} \quad (2)$$

- On applique le théorème de Schwarz à (1)
- On applique le théorème de Green-Ostrogradski à (2)

Bilan de masse

Equation de conservation locale de masse

$$\operatorname{div} \overrightarrow{j} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

Sans perte ni création de matière

- Notion de divergence
- Parallèle entre les équations de conservation de la masse, de la charge en électricité, de l'énergie en électromagnétisme...

Bilan de masse

Equation de conservation locale de masse

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{j} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

Sans perte ni création de matière

- Notion de divergence
- Parallèle entre les équations de conservation de la masse, de la charge en électricité, de l'énergie en électromagnétisme...

Bilan de masse

Equation de conservation locale de masse

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{j} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

Sans perte ni création de matière

- Notion de divergence
- Parallèle entre les équations de conservation de la masse, de la charge en électricité, de l'énergie en électromagnétisme...

Plan du cours - Cinématique des fluides

Plan du cours - Cinématique des fluides

Ecoulement stationnaire

Caractérisation d'un écoulement stationnaire

Un écoulement stationnaire est un écoulement pour lequel les champs de vitesse et de masse volumique ne dépendent pas du temps en un point donné :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

! ! !

A priori, $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$! ! !
Exemple : rivière avec zones de rapides et zones calmes

Ecoulement stationnaire

Caractérisation d'un écoulement stationnaire

Un écoulement stationnaire est un écoulement pour lequel les champs de vitesse et de masse volumique ne dépendent pas du temps en un point donné :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

! ! !

A priori, $\dfrac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$! ! !

Exemple : rivière avec zones de rapides et zones calmes

Ecoulement stationnaire

Conséquences

De l'équation de conservation locale de la masse, il vient :

$$\text{div}\,\overrightarrow{j} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0.$$

Le flux de $\overrightarrow{j}$ est conservatif : le débit massique est le même à travers tout tube de courant.

- Exemple

Ecoulement stationnaire

Conséquences

De l'équation de conservation locale de la masse, il vient :

$$\operatorname{div} \overrightarrow{j} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0.$$

Le flux de $\overrightarrow{j}$ est conservatif : le débit massique est le même à travers tout tube de courant.

- Exemple

Ecoulement stationnaire

Conséquences

De l'équation de conservation locale de la masse, il vient :

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{j} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0.$$

Le flux de $\overrightarrow{j}$ est conservatif : le débit massique est le même à travers tout tube de courant.

- Exemple

Plan du cours - Cinématique des fluides

Ecoulement incompressible

Caractérisation d'un écoulement incompressible

Un écoulement incompressible est un écoulement pour lequel

$$\mu = \text{constante}$$

donc en particulier

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{D\mu}{Dt} = 0$$

Ecoulement incompressible

Conséquences

De l'équation de conservation de la masse, il vient :

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{j} = 0 \quad \text{et} \quad \mathrm{div}\,\overrightarrow{v} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0 \quad \text{et} \quad \oiint_S \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS} = 0$$

Le flux de $\overrightarrow{v}$ est conservatif : le débit volumique est le même à travers tout tube de courant (de même que le débit massique).

- Exemple

Ecoulement incompressible

Conséquences

De l'équation de conservation de la masse, il vient :

$$\operatorname{div}\overrightarrow{j} = 0 \quad \text{et} \quad \operatorname{div}\overrightarrow{v} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0 \quad \text{et} \quad \oiint_S \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS} = 0$$

Le flux de $\overrightarrow{v}$ est conservatif : le débit volumique est le même à travers tout tube de courant (de même que le débit massique).

- Exemple

Ecoulement incompressible

Conséquences

De l'équation de conservation de la masse, il vient :

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{j} = 0 \quad \text{et} \quad \mathrm{div}\,\overrightarrow{v} = 0$$

ce qui donne aussi avec la forme intégrale :

$$\oiint_S \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0 \quad \text{et} \quad \oiint_S \overrightarrow{v}.\overrightarrow{dS} = 0$$

Le flux de $\overrightarrow{v}$ est conservatif : le débit volumique est le même à travers tout tube de courant (de même que le débit massique).

- Exemple

Plan du cours - Cinématique des fluides

Ecoulement irrotationnel

Rappel : on a vu que $\overrightarrow{\Omega} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v}$ est lié aux tourbillons.

Caractérisation d'un écoulement irrotationnel

Un écoulement irrotationnel est un écoulement dans lequel il n'y a pas d'effets tourbillonnaires :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}\,.$$

Ecoulement irrotationnel

- Parallèle avec l'électrostatique -> potentiel

Ecoulement irrotationnel = écoulement potentiel

On peut donc associer un champ scalaire $\Phi(M,t)$ au champ de vitesse $\overrightarrow{v}(M,t)$ (comme en électrostatique avec $\overrightarrow{E}(M,t)$). Un écoulement irrotationnel est aussi appelé écoulement potentiel :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0} \quad \Leftrightarrow \quad \exists\,\Phi \text{ tel que } \overrightarrow{v} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\Phi$$

Ecoulement irrotationnel

- Parallèle avec l'électrostatique -> potentiel

Ecoulement irrotationnel = écoulement potentiel

On peut donc associer un champ scalaire $\Phi(M,t)$ au champ de vitesse $\overrightarrow{v}(M,t)$ (comme en électrostatique avec $\overrightarrow{E}(M,t)$). Un écoulement irrotationnel est aussi appelé écoulement potentiel :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0} \quad \Leftrightarrow \quad \exists\ \Phi \text{ tel que } \overrightarrow{v} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\Phi$$

Ecoulement irrotationnel ET incompressible

Si de plus, l'écoulement est incompressible :

Equation de Laplace

Si l'écoulement est à la fois irrotationnel ET incompressible :

$$\text{div}\,\overrightarrow{v} = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}\,\Phi) = \Delta\Phi = 0$$

appelée équation de Laplace

- Comparaison avec l'électrostatique

Ecoulement irrotationnel ET incompressible

Si de plus, l'écoulement est incompressible :

Equation de Laplace

Si l'écoulement est à la fois irrotationnel ET incompressible :

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{v} = \mathrm{div}(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\Phi) = \Delta\Phi = 0$$

appelée équation de Laplace

- Comparaison avec l'électrostatique