0-3
(1)

Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide

→ Ce sont des ondes non matérielles

→ C'est un champ $\{\vec{E}(M,t), \vec{B}(M,t)\}$ qui se propage.

- Exemples

I) Les équations de propagation

On part des 4 équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \text{MG} & \operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} & \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \text{MT} \\ \text{MF} & \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{MA} \end{cases}$$

Dans le vide $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

donc
$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \text{MF} \quad \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{MA} \end{cases}$$

Equation de propagation de $\vec{E}$:

on prend $\vec{\operatorname{rot}}$ (MF) ce qui donne :

$$\vec{\operatorname{rot}}(\vec{\operatorname{rot}}\, \vec{E}) = \vec{\operatorname{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

Or $\vec{\operatorname{rot}}(\vec{\operatorname{rot}}\, \vec{E}) = \vec{\operatorname{grad}}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$

(relation vectorielle mathématique)

0-3

(2) On obtient alors :

$$\vec{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \vec{grad}\,(\underbrace{div\,\vec{E}}_{=0 \text{ avec MG}}) - \Delta \vec{E}$$

th de Schwarz

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\vec{rot}\,\vec{B}) = -\Delta \vec{E}$$

Or $\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

donc $-\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\Delta \vec{E}$

$$\boxed{\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

Equation de d'Alembert vectorielle

en posant $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ on a :

$$\boxed{\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$$

Même chose pour $\vec{B}$ en partant de : $\vec{rot}$ (MA)

$$\underbrace{\vec{rot}\,(\vec{rot}\,\vec{B})} = \vec{rot}\left(\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{grad}\,(div\,\vec{B}) - \Delta \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0\, \vec{rot}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

Schwarz

$$\underbrace{\vec{grad}\,(div\,\vec{B})}_{\substack{0 \\ \text{(Maxwell Thomson)}}} \quad -\Delta \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{rot}\,\vec{E})$$

0-3

(3) Or $\vec{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (MF) donc :

$$-\Delta\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

soit $\Delta\vec{B} - \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$ Eq de l'Alembert vectorielle

$$\boxed{\Delta\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$$

A.N. : $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3.10^8\,m/s$.

$(\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}\,F/m \; ; \; \mu_0 = 4\pi.10^{-7}\,H/m)$

Compléments mathématiques

- Relation à connaître : $\boxed{\vec{rot}(\vec{rot}\,\vec{A}) = \vec{grad}(\mathrm{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}}$

- Laplacien vectoriel : $\Delta\vec{A}$

$$\underbrace{\vec{A}}_{\text{champ de vecteur}} \longrightarrow \underbrace{\Delta\vec{A}}_{\text{champ de vecteur}}$$

En coordonnées cartésiennes :

$$\vec{A} = \begin{vmatrix} A_x(x,y,z,t) \\ A_y(x,y,z,t) \\ A_z(x,y,z,t) \end{vmatrix} \qquad \Delta\vec{A} = \begin{vmatrix} \Delta A_x \\ \Delta A_y \\ \Delta A_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right] A_y \\ \left[\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right] A_z \end{vmatrix}$$

0-3
(4)

II Solutions en ondes planes

1) Ondes planes progressives monochromatiques

notée OPPM ou OPPH (harmonique)

→ Cas d'une OPPM se propageant dans la direction $+\vec{u}_z$:

$$\mathbb{C}\quad \begin{cases} \vec{\underline{E}}(M,t) = \vec{\underline{E}}_0\, e^{j(\omega t - k z)} \\ \vec{\underline{B}}(M,t) = \vec{\underline{B}}_0\, e^{j(\omega t - k z)} \end{cases}$$

$\vec{\underline{E}}_0$: amplitude complexe

k = nombre d'onde (m^{-1})

ω = pulsation (rad/s)

* Pourquoi plane ?

Dans le plan $z = cte$, tous les points M ont les même valeur de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ à tout instant.

* Pourquoi onde progressive ?

Solution en $(\omega t - kz)$ (ou $f(z - ct)$)

Progressive
se déplace sans se déformer.

* Pourquoi monochromatique ? (ou harmonique)

Onde en $\underbrace{\cos(\omega t - kz)}_{\mathbb{R}}$ ou $\underbrace{e^{j(\omega t - kz)}}_{\mathbb{C}}$

Exemple si $\vec{\underline{E}}_0 = E_0 e^{j\varphi} \vec{u}_x$

alors $\vec{\underline{E}}(M,t) = E_0\, e^{j(\omega t - kz + \varphi)}\, \vec{u}_x$ ($\mathbb{C}$)

$\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)\, \vec{u}_x$ ($\mathbb{R}$)

• Si l'onde ne se propage pas selon $+\vec{u}_z$, mais dans une direction quelconque on a :

$$\boxed{\underline{\vec{E}}(M,t) = \underline{\vec{E}_0}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}}$$

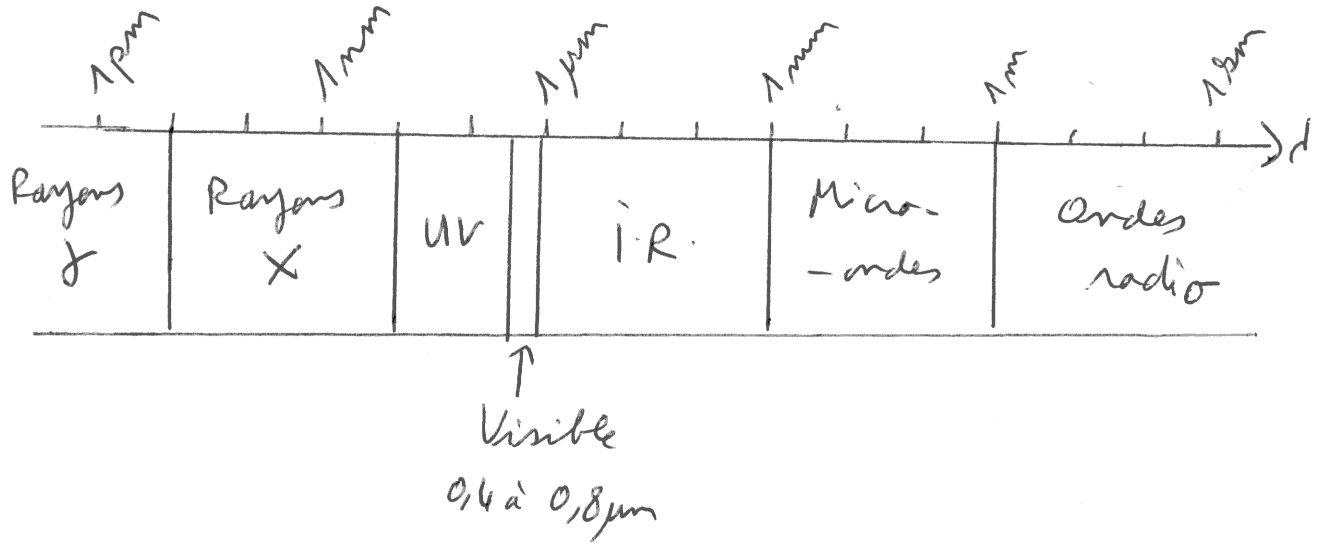
avec $\vec{k}$: le vecteur d'onde

↳ c'est un vecteur dirigé dans la direction et le sens de propagation de l'onde
et $\|\vec{k}\| = k$ nombre d'onde

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x \cdot x + k_y\, y + k_z\, z \quad \text{en } M(x,y,z,t)$$

$$= \begin{vmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

2) Spectre des ondes électromagnétiques



0-3
⑥

3) Structure des OPPH

→ On part de $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}_0}\, e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$

en injectant dans l'équation de d'Alembert, il vient :

$$\omega^2 = k^2 c^2 \quad \text{donc} \quad \underline{\omega = kc}$$

→ remarque : $\underline{\vec{E}} = \underbrace{\underline{\vec{E}_0}}_{cte}\, e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)}$

- $\dfrac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = j\omega \times \underline{\vec{E}}$

- $\operatorname{div} \underline{\vec{E}} = \vec{\nabla}\cdot\underline{\vec{E}} = \dfrac{\partial \underline{E_x}}{\partial x} + \dfrac{\partial \underline{E_y}}{\partial y} + \dfrac{\partial \underline{E_z}}{\partial z}$

Vecteur nabla

$$= -jk_x\cdot E_x - jk_y\cdot E_y - jk_z\cdot E_z$$

$$\vec{\nabla}\cdot\underline{\vec{E}} = -j \begin{vmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \underline{E_x} \\ \underline{E_y} \\ \underline{E_z} \end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\underline{\vec{E}} = -j\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}}$$

Conclusion pour une OPPH :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial(\ldots)}{\partial t} \longrightarrow j\omega \times (\ldots) \\ \vec{\nabla}\cdot(\ldots) \longrightarrow j\vec{k}\cdot(\ldots) \end{array} \right) \text{ dans } \mathbb{C}\,!$$

0-3

(7) On va donc réécrire les équations de Maxwell dans le cadre des OPPM ! (dans $\mathbb{C}$)

			Conclusion	
$\operatorname{div} \vec{E} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \underline{\vec{E}} = 0$	$-j\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0$	$\vec{k} \perp \underline{\vec{E}}$	(1)
$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \underline{\vec{B}} = 0$	$-j\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0$	$\vec{k} \perp \underline{\vec{B}}$	(2)
$\vec{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\vec{\nabla} \wedge \underline{\vec{E}} = -\dfrac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t}$	$-j\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = -j\omega \underline{\vec{B}}$	$\underline{\vec{B}} = \dfrac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$	(3)

OPPM dans $\mathbb{C}$

- <u>(1) et (2)</u> $\quad \underline{\vec{E}} \perp \vec{k}$ et $\underline{\vec{B}} \perp \vec{k}$ $\quad$ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont $\perp$ à $\vec{k}$ donc à la direction de propagation

<u>L'onde est transversale</u>

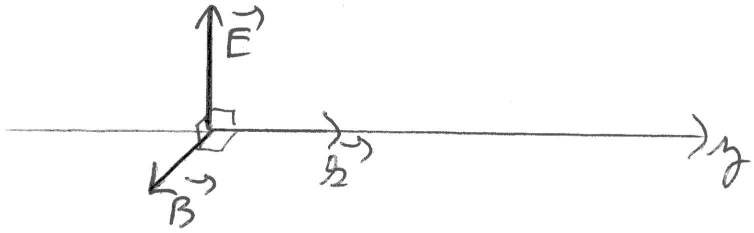
- (3) $\boxed{\underline{\vec{B}} = \dfrac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}}$ dans $\mathbb{C}$

Comme $\vec{k}$ est réel, on a aussi $\boxed{\vec{B} = \dfrac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}}$ dans $\mathbb{R}$.

$(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ est donc un trièdre <u>orthogonal direct</u>.

(cette relation est en outre très utile pour trouver $\vec{B}$ à partir de $\vec{k}$ et $\vec{E}$ donnés)

- <u>Remarque :</u> L'équation de Maxwell Ampère n'a pas été utilisée car elle est redondante avec (1), (2), (3), (d'Alembert). En effet d'Alembert donne $\omega = kc$ et est obtenue à partir des 4 éq. de Maxwell.



• Remarque

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} \quad \text{et} \quad \frac{k}{\omega} = \frac{1}{c}$$

Soit $\vec{u} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|}$ vecteur unitaire dans la direction et sens de propagation.

On a alors $\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}}$

En norme : $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$!!

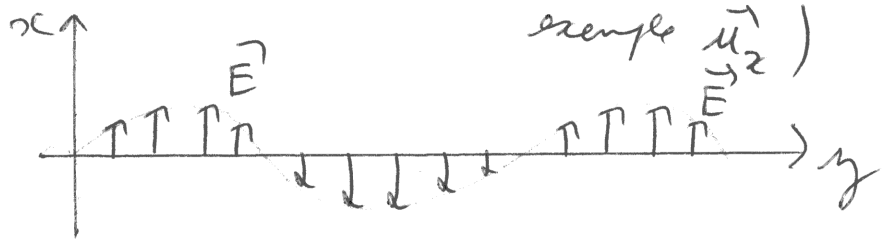
4) Notion de polarisation

• Dans le cas général (hors programme), le champ $\vec{E}$ (et donc $\vec{B}$ qui le "suit" en restant $\perp$ à $\vec{E}$) tourne autour de l'axe Oz en suivant une ellipse : la polarisation est dite elliptique.

(→ cela ressemble à une vis sans fin qui tourne autour de son axe Oz avec (Oz) direction de propagation)

• Au programme : polarisation rectiligne

$\vec{E}$ oscille alors dans une même direction (par exemple $\vec{u}_z$)



O-3

(d) on a alors : (dans $\mathcal{R}$)

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)\, \vec{u}_x$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{k \vec{u}_z \wedge \vec{E}}{\omega}$$

$$\vec{B} = E_0 \frac{k}{\omega} \cos(\omega t - kz + \varphi)\, \vec{u}_y$$

soit
$$\begin{cases} \vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)\, \vec{u}_x \\ \vec{B} = \dfrac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz + \varphi)\, \vec{u}_y \end{cases}$$

$\vec{E}$ est pris comme référence de la polarisation :

ici $\vec{E}$ est polarisé selon $\vec{u}_x$ rectilignement

et l'onde se propage selon $(+\vec{u}_z)$

0-3 / 10

III Aspects énergétiques

On admet l'équation locale de Poynting :

$$\underbrace{\operatorname{div}\vec{\Pi}}_{\text{déplacement de l'énergie}} + \underbrace{\frac{\partial e}{\partial t}}_{\text{Variation locale d'énergie}} = \underbrace{-\vec{j}_e \cdot \vec{E}}_{\text{pertes}}$$

Dans le vide : $\vec{j}_e = 0$ donc pas de pertes :

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{\Pi} + \frac{\partial e}{\partial t} = 0}$$ (comme en acoustique)

⚠ dans $\mathbb{R}$!!! :

avec $\boxed{e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}}$ densité volumique d'énergie électromagnétique

et $\boxed{\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}}$ Vecteur de Poynting = vecteur densité de courant énergétique.

$\vec{\Pi}$ | direction et sens de $\vec{\Pi}$ = direction et sens de déplacement de l'énergie électromagnétique

$\|\vec{\Pi}\|$ = énergie se déplaçant par temps et par surface.

= Puissance EM surfacique (W/m^2)

- L'intensité de l'onde EM est $I = \|\langle\vec{\Pi}\rangle\|$ en W/m^2

Remarque : On a donc $\boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle_t = \langle e \rangle_t \cdot \vec{v}_{énergie}}$ (1)

(Analogue à $\vec{j} = \rho \vec{v}$)

- **Cas de l'OPPH :**

⚠ Il faut travailler dans $\mathbb{R}$ absolument, car il y a $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, $\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$, $\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

produits !

$Re(\underline{a}) \cdot Re(\underline{b}) \neq Re(\underline{a} \cdot \underline{b})$!

$Re(\underline{E}^2) \neq (Re(\underline{E}))^2$!

$Re(\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}) \neq (Re\,\underline{\vec{E}}) \wedge (Re\,\underline{\vec{B}})$!

- Dans $\mathbb{R}$: • $\vec{E} = E_m \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x$

$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} = \vec{u}_z \wedge \frac{E(z,t)}{c}\vec{u}_x$

• $\vec{B} = \frac{E_m}{c}\cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_y$

• $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t - kz)\,\vec{u}_z$

$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2}\frac{E_m^2}{\mu_0 c}\vec{u}_z$

$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_m^2 c\,\vec{u}_z$ car $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

soit $\boxed{I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_m^2 c}$ intensité de l'onde électromagnétique.

0-3

(12)

- $\langle \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\rangle = \langle \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - k z)\rangle$

$= \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_m^2$ (2)

- $\langle \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\rangle = \langle \frac{1}{2\mu_0}\frac{E_m^2}{c^2}\cos^2(\omega t - k z)\rangle$

$= \frac{1}{4}\frac{E_m^2}{\mu_0 c^2}$. car $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

$= \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_m^2$ (3)

il y a <u>équipartition de l'énergie</u> entre le champ électrique (2) et le champ magnétique (3).
(comme en acoustique !)

→ <u>Vitesse de déplacement de l'énergie</u> ?

$\langle \vec{\Pi}\rangle = \langle e\rangle \cdot \vec{v}_{\text{énergie}}$

soit $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_m^2 c \,\vec{u}_z = \left(\frac{1}{4}\varepsilon_0 E_m^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_m^2\right)\vec{v}_{\text{énergie}}$

soit $\boxed{\vec{v}_{\text{énergie}} = c\,\vec{u}_z}$

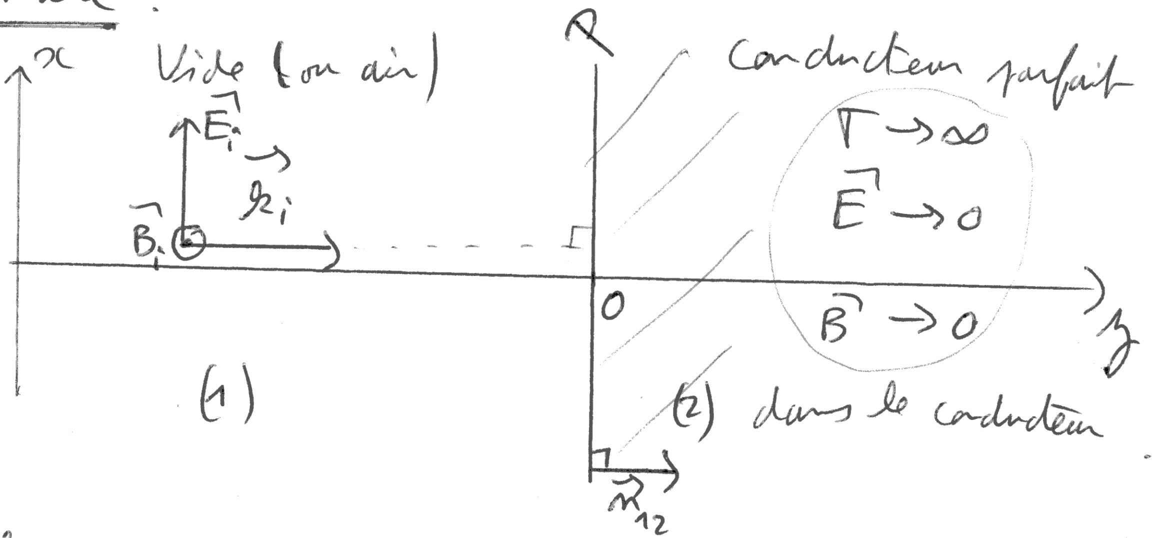
L'énergie se déplacement dans le même sens et direction que l'onde $(\vec{u}_z)$ et à la vitesse c

(<u>Or</u> : $c \doteq$ cte (ne dépend pas de ω) → il n'y a pas de dispersion. Toutes les fréquences avancent à la même vitesse
le milieu est <u>non dispersif</u>)

0-3

13

IV Réflexion d'une OPPM sur un plan parfaitement conducteur en incidence normale.



Dans le conducteur parfait : $\gamma \to \infty$ or $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ et j n'est pas infini $\Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

De plus $\vec{rot}\,\vec{E} = \vec{0} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\vec{B} = \vec{0}$ (ou constante, mais ce n'est pas une onde !)

Soit $\vec{n}_{12}$ le vecteur unitaire du milieu 1 vers le milieu 2 (ici : $\vec{n}_{12} = \vec{u}_z$)

Les relations de passage sont :

$\perp P$

$$\begin{cases} \underset{\text{côté 2}}{\vec{E}_2}(z \to 0, t) - \underset{\text{côté 1}}{\vec{E}_1}(z \to 0, t) = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{12} & (3) \\ \vec{B}_2(z \to 0, t) - \vec{B}_1(z \to 0, t) = \mu_0 \underset{\text{courant surfacique}}{\vec{j}_s} \wedge \vec{n}_{12} & (4) \end{cases}$$

$\parallel P$

0-4

(14)

(3) ⟹ continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$

(4) ⟹ continuité de la composante normale de $\vec{B}$

déjà vu

- L'onde incidente $\vec{E_i}$ est // à P, donc $\vec{E}_{i\,//} \neq \vec{0}$

or $\vec{E}_{2\,//} = \vec{0}$ (conducteur) → la continuité de $\vec{E}_{//}$ n'est pas respectée !

⟹ Apparition d'une onde réfléchie $\vec{E_r}$

- On doit aussi avoir continuité de $\vec{B}$ normal

$\vec{B_i}$ est tangentiel ; B_2 aussi = pas de contradiction
conducteur

On pose : (dans $\mathbb{C}$)

$$\begin{cases} \underline{\vec{E}_i} = \underline{E_0}\, e^{j(\omega t - kz)}\, \vec{u}_x \\ \underline{\vec{E}_r} = \underline{E_0} \times \underline{r}\, e^{j(\omega t \oplus kz)}\, \vec{u}_x \end{cases}$$

avec $\underline{r}$ le coefficient de réflexion en amplitude.

CL : La condition aux limites est donnée par $\underline{\vec{E}}_{1\,//} = \underline{\vec{E}}_{2\,//}$

donc $\underline{\vec{E}_i}(z=0,t) + \underline{\vec{E}_r}(z=0,t) = \vec{0}$ en $z=0$

donc $\left(\underline{E_0}\, e^{j\omega t} + \underline{E_0}\underline{r}\, e^{j\omega t}\right) \vec{u}_x = \vec{0}$

donc $1 + \underline{r} = 0$ soit $\boxed{\underline{r} = -1}$

0-4

(15) on a donc

$$\underline{\vec{E}}_{1\,tot} = \underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = \left(\underline{E}_0\, e^{j(\omega t - kz)} - \underline{E}_0\, e^{j(\omega t + kz)}\right) \vec{u}_x$$

$$\underline{\vec{E}}_1 = \underline{E}_0\, e^{j\omega t} \left(e^{-jkz} - e^{jkz}\right) \vec{u}_x$$

$$= \underline{E}_0\, e^{j\omega t} \left(-2j \sin(kz)\right) \vec{u}_x$$

$$= \underline{E}_0\, e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}\, 2 \sin(kz)\, \vec{u}_x \quad \left(\text{car } -j = e^{-j\frac{\pi}{2}}\right)$$

<u>dans $\mathbb{R}$</u> : $\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi)\, 2 \sin kz\, \vec{u}_x$

avec $E_0 = |\underline{E}_0|$

et $\varphi = \mathrm{Arg}(\underline{E}_0)$

donc $\boxed{\vec{E}_1 = 2E_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin(kz)\, \vec{u}_x}$

t et z séparés dans 2 sinus différents : c'est une <u>onde stationnaire</u>

<u>et $\vec{B}_1$?</u> $\cancel{\vec{B}_1 = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}_1}{\omega}}$ NON ! ce n'est pas une OPPM

onde stationnaire → <u>non</u> progressive.

On revient alors aux équations de base :

$$\vec{rot}\, \vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t}$$

$$\vec{rot}\, \vec{E}_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 2E_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin kz \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = +2kE_0 \cos(kz) \sin(\omega t + \varphi)\, \vec{u}_y$$

donc $\dfrac{\partial \vec{B_1}}{\partial t} = -2\, k E_0 \cos(kz) \sin(\omega t + \varphi)\, \vec{u}_y$

et donc $\vec{B_1} = 2 \dfrac{k}{\omega} E_0 \cos(kz) \cos(\omega t + \varphi)\, \vec{u}_y$

$1/c$

→ Finalement : $\begin{cases} \vec{E_1} = 2 E_0 \sin(\omega t + \varphi) \sin(kz)\, \vec{u}_x \\ \vec{B_1} = 2 \dfrac{E_0}{c} \cos(\omega t + \varphi) \cos(kz)\, \vec{u}_y \end{cases}$

(les noeuds de $\vec{E_1}$ et les noeuds de $\vec{B_1}$ sont intercalés de $\dfrac{\lambda}{4}$)

[Noeud de champ $\vec{B}$ = Ventre de champ $\vec{E}$
Ventre de champ $\vec{B}$ = Noeud de champ $\vec{E}$

Mise en évidence d'un courant surfacique :

→ La composante normale de $\vec{B}$ est bien continue en $z=0$ $(\vec{0}=\vec{0})$

→ La composante // de $\vec{B}$ au plan P est discontinue

La relation (4) implique donc l'apparition d'un courant surfacique $\vec{j}_s$.

0-4

17

$$\underbrace{\vec{B}_2(0,t)} - \vec{B}_1(0,t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{u}_z$$

$$0 - \frac{2E_0}{c}\cos(\omega t + \varphi)\,\vec{u}_y = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{u}_z$$

donc $\boxed{\vec{j}_s = \frac{2}{\mu_0 c} E_0 \cos(\omega t + \varphi)\,\vec{u}_z}$

Commentaire :

→ Une onde incidente arrivant sur un conducteur parfait est totalement réfléchie : $|r| = |-1|$

$|r| = 1$

cette onde est déphasée de π lors de la réflexion :

$\mathrm{Arg}(-1) = \pi$

→ il y a également apparition d'un courant surfacique $\vec{j}_s$ à la surface du conducteur.

→ Un miroir est un métal bon conducteur pour bien réfléchir la lumière.

(Pour ne pas que le métal s'oxyde (et donc devient moins bon conducteur et réfléchit moins bien), on lui plaque un verre par dessus pour le protéger).